VaR com $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Lembremos que se X é uma v.a. normal com média 0 e variância σ^2, então

$$\frac{X}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

VaR com $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Lembremos que se X é uma v.a. normal com média 0 e variância σ^2, então

$$\frac{X}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

Logo, $N(x) = P(\frac{X}{\sigma} \leq x) = P(\frac{X}{\sigma} \geq -x)$ é a distribuição acumulada da $\mathcal{N}(0, 1)$, onde a última igualdade é devida à simetria da Normal.

VaR com $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Lembremos que se X é uma v.a. normal com média 0 e variância σ^2, então

$$\frac{X}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

Logo, $N(x) = P(\frac{X}{\sigma} \leq x) = P(\frac{X}{\sigma} \geq -x)$ é a distribuição acumulada da $\mathcal{N}(0, 1)$, onde a última igualdade é devida à simetria da Normal.

Daqui pela tabela teriamos que $N(-Z_\alpha) = 1 - \alpha$:

VaR com $X \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Lembremos que se X é uma v.a. normal com média 0 e variância σ^2, então

$$\frac{X}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1).$$

Logo, $N(x) = P(\frac{X}{\sigma} \leq x) = P(\frac{X}{\sigma} \geq -x)$ é a distribuição acumulada da $\mathcal{N}(0, 1)$, onde a última igualdade é devida à simetria da Normal.

Daqui pela tabela teriamos que $N(-Z_\alpha) = 1 - \alpha$:

$N(-2.33) = 1 - 0.99 = 0.01$ e $N(-1.96) = 1 - 0.975 = 0.025$

VaR

Da definição de VaR: $P(X \leq -VaR_\alpha(X)) = 1 - \alpha$

VaR

Da definição de VaR: $P(X \leq -VaR_\alpha(X)) = 1 - \alpha$

$$
\begin{aligned}
P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) \\
&= N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma})
\end{aligned}
$$

VaR

Da definição de VaR: $P(X \leq -VaR_\alpha(X)) = 1 - \alpha$

$$
\begin{aligned}
P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) \\
&= N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma})
\end{aligned}
$$

Então $N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) = 1 - \alpha$.

VaR

Da definição de VaR: $P(X \leq -VaR_\alpha(X)) = 1 - \alpha$

$$\begin{aligned} P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) \\ &= N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) \end{aligned}$$

Então $N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) = 1 - \alpha$.
Da tabela da $N(0,1)$ quando $\alpha = 0.99$ temos:

VaR

Da definição de VaR: $P(X \leq -VaR_\alpha(X)) = 1 - \alpha$

$$
\begin{aligned}
P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) \\
&= N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma})
\end{aligned}
$$

Então $N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) = 1 - \alpha$.
Da tabela da $N(0,1)$ quando $\alpha = 0.99$ temos:

$N(-\frac{VaR_{0.99}(X)}{\sigma}) =$ 0.01

VaR

Da definição de VaR: $P(X \leq -VaR_\alpha(X)) = 1 - \alpha$

$$\begin{aligned} P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) \\ &= N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) \end{aligned}$$

Então $N(-\frac{VaR_\alpha(X)}{\sigma}) = 1 - \alpha$.
Da tabela da $N(0, 1)$ quando $\alpha = 0.99$ temos:

$N(-\frac{VaR_{0.99}(X)}{\sigma}) =$ 0.01 $\Rightarrow VaR_{0.99}(X) = 2.33\sigma$.

VaR de N dias

Sobre a hipótese de Normalidade:

$$VaR_\alpha(X,N) = VaR_\alpha(X)\sqrt{N}$$

VaR de N dias

Sobre a hipótese de Normalidade:

$$VaR_{\alpha}(X, N) = VaR_{\alpha}(X)\sqrt{N}$$

Exemplo:
Encontre o VaR de 10 dias a um 99% de uma carteira composta de 10m. em Telemar e 5m em Embratel. Os parametros são $\sigma_T = 0.02,\ \sigma_E = 0.01$ e $\rho_{TE} = 0.3$. Suponha que os retorno esperados sejam zero.

VaR de N dias

R:

$$\sigma_C^2 = 10^2 * 0.02^2 + 5^2 * 0.01^2 + 2 * 10 * 5 * 0.02 * 0.01 * 0.3 = 0.0485$$

.

VaR de N dias

R:

$$\sigma_C^2 = 10^2 * 0.02^2 + 5^2 * 0.01^2 + 2 * 10 * 5 * 0.02 * 0.01 * 0.3 = 0.0485$$

Daqui $\sigma_C = 0.220$.

VaR de N dias

R:

$$\sigma_C^2 = 10^2 * 0.02^2 + 5^2 * 0.01^2 + 2 * 10 * 5 * 0.02 * 0.01 * 0.3 = 0.0485$$

Daqui $\sigma_C = 0.220$. Então a carteira será normal com média zero e desvio 0.220.

.

VaR de N dias

R:

$$\sigma_C^2 = 10^2 * 0.02^2 + 5^2 * 0.01^2 + 2 * 10 * 5 * 0.02 * 0.01 * 0.3 = 0.0485$$

Daqui $\sigma_C = 0.220$. Então a carteira será normal com média zero e desvio 0.220.

Portanto da parte anterior: $VaR_{0.99}(X) = 2.33 * 0.220$.

VaR de N dias

R:

$$\sigma_C^2 = 10^2 * 0.02^2 + 5^2 * 0.01^2 + 2 * 10 * 5 * 0.02 * 0.01 * 0.3 = 0.0485$$

Daqui $\sigma_C = 0.220$. Então a carteira será normal com média zero e desvio 0.220.

Portanto da parte anterior: $VaR_{0.99}(X) = 2.33 * 0.220$. Logo o VaR de 10 dias será:

$$VaR_{0.99}(X, 10) = 2.33 * 0.220 * \sqrt{10} = 1.623m$$

VaR com $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Se $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, então sabemos que

VaR com $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Se $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, então sabemos que $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$.

VaR com $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Se $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, então sabemos que $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$. Então:

$$
\begin{aligned}
P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)+\mu}{\sigma}) \\
&= N(-\frac{VaR_\alpha(X)+\mu}{\sigma})
\end{aligned}
$$

VaR com $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Se $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, então sabemos que $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$. Então:

$$
\begin{aligned}
P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)+\mu}{\sigma}) \\
&= N(-\frac{VaR_\alpha(X)+\mu}{\sigma})
\end{aligned}
$$

Como da tabela para cada α temos $N(-Z_\alpha) = 1-\alpha$, então:

VaR com $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$

Se $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, então sabemos que $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$. Então:

$$\begin{aligned} P(X \leq -VaR_\alpha(X)) &= P(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq -\frac{VaR_\alpha(X)+\mu}{\sigma}) \\ &= N(-\frac{VaR_\alpha(X)+\mu}{\sigma}) \end{aligned}$$

Como da tabela para cada α temos $N(-Z_\alpha) = 1-\alpha$, então:

$$\frac{VaR_\alpha(X)+\mu}{\sigma} = Z_\alpha \Rightarrow VaR_\alpha(X) = Z_\alpha * \sigma - \mu$$

VaR de N dias

Sobre a hipótese de Normalidade:

$$VaR_\alpha(X, N) = Z_\alpha * \sigma\sqrt{N} - \mu N$$

VaR de N dias

Sobre a hipótese de Normalidade:

$$VaR_\alpha(X,N) = Z_\alpha * \sigma\sqrt{N} - \mu N$$

Em termos do Var de 1 día teriamos:

$$VaR_\alpha(X,N) = VaR_\alpha(X)\sqrt{N} - \mu(N - \sqrt{N})$$